

# 应用概率约束模型分析不确定条件下 非点源治理的最优策略

张 巍，王学军

(北京大学城市与环境学系, 地表过程分析与模拟教育部重点实验室, 北京 100871)

**摘要:**应用概率约束的方法,在非点源治理规划中将预期的治理效果在一定的置信水平下描述。以农业非点源为例,建立概率约束模型,寻求在环境目标的约束下,非点源的最佳治理方式和最小治理成本,在此基础上探讨实现点源与非点源的排污交易等经济激励政策。

**关键词:**非点源; 概率约束; 排污交易

中图分类号:X11 文献标识码:A 文章编号:1000–0267(2002)04–0314–04

## Chance Constraint Model for Nonpoint Source Pollution: Optimizing Control and Incentive Based Regulation Under Uncertainty

ZHANG Wei, WANG Xue-jun

(MOE Laboratory for Earth Surface Processes and Department of Urban and Environmental Science, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** Non – point sources pollution (NPS), mainly agricultural runoff of nutrients and sediment, is a major impediment to further water quality improvement in many regions of China. NPS, in general, and agricultural runoff, in particular, deliver highly stochastic and diverse inputs to receiving waters due to variability of local precipitation and other random factors, which make monitoring and controlling of NPS more difficult, compared with point pollution. In this paper, an optimization model with ability to reflect uncertainty present in agricultural NPS control by using the chance constraint programming (CCP) approach is developed. The result illustrates that it is possible to describe the risk of meeting environment objectives by specifying an acceptable probability level. Based on the results of the optimization model, how to design incentive – based policies, such as point and non – point source trading, to promote cost – effective water quality regulation is addressed.

**Keywords:** non – point source pollution; chance constraint programming; point and non – point source trading

非点源污染主要来源于农村农药化肥的使用、水土流失、畜禽养殖、城镇地表径流和大气干湿沉降等,其中农药化肥的使用和农田污水灌溉是造成水体污染特别是富营养化问题的主要原因。近年来,针对非点源,特别是农业非点源污染进行了很多研究,提出了一些治理措施<sup>[1,2]</sup>。但是,由于非点源污染的形成空间差异大、影响因子复杂,各种治理措施的效果受随机因素影响而难以确定和量化。如何在治理规划中充

分考虑非点源的不确定性,是非点源治理的重要问题。另一方面,长期以来非点源污染未受到足够重视。我国正在实施的污染总量控制主要针对点源,全面提高环境质量则要将非点源也纳入总量控制体系,实施对点源和非点源的基于经济激励的管理模式,如鼓励点源与非点源之间的排污交易等。对此,当非点源治理的不确定性与其治理成本相关联时,如何评估治理效果,选择最佳的治理方式和有效的激励政策也是非点源管理研究的重要内容。本文应用概率约束方法,在非点源治理规划中将预期的治理效果结合一定的置信水平来描述,通过建立非点源的概率约束模型,在环境目标的约束下,确定非点源的最佳治理方式和最小治理成本,并在此基础上探讨对非点源治理

---

收稿日期: 2001–09–20

基金项目: 教育部高等学校骨干教师资助计划资助

作者简介: 张 巍(1977—),男,北京大学城市与环境学系硕士研究生,研究方向环境规划与管理。

通讯联系人: 王学军

的经济激励。

## 1 概率约束的一般方法和求解

众多环境问题都涉及自然和人为因素的随机影响,某些参数表现为随机变量,许多时候要在分析和求解中直接考虑这些随机变量的影响。一般的灵敏度分析只能说明参数的变化对最优解的影响,并不能解决参数实际上是随机变量的情况。概率约束规划(Chance Constrained Programming, CCP)是把问题的随机性质转化为一个等价的确定形式的有效方法<sup>[3]</sup>。它允许参数的随机变化,将随机事件的发生用概率来描述,在一定的置信水平下对随机问题求解。1964年,Charnes 和 Cooper<sup>[4]</sup>对在一定的目标函数下用 CCP 方法解决随机条件约束问题做了详细阐述,此后,概率约束模型被应用于许多涉及随机变量和不确定关系的问题分析中。一般的概率约束模型定义为:

$$\text{optimize } f(c, x)$$

$$\text{s. t. } P\left\{\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i\right\} \geq \alpha_i, i = 1, 2, \dots, m, \text{ 对一切 } j, x_j \geq 0$$

这里  $P\left\{\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i\right\}$  是表示  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i$  这一事件出现的概率,即约束条件得到满足的概率。

$\alpha_i$  是该事件出现的置信水平,即允许出现违背约束条件的最大概率为  $1 - \alpha_i$  ( $0 < \alpha_i < 1$ )。通常假定  $c$  是固定变量,  $a_{ij}$  和  $b_i$  是随机变量,根据  $a_{ij}$  和  $b_i$  的随机性可分三种情况:  $a_{ij}$  是随机变量;  $b_i$  是随机变量;  $a_{ij}$  和  $b_i$  都是随机变量,将它们的随机影响结合起来。在所有情况下,都假定变量是服从均值和方差都已知的正态分布。

在环境问题的不确定性分析中,  $b_i$  可看作是环境标准,  $x_j$  是为达到环境标准而采取的措施,  $a_{ij}$  是各种治理措施的效率乘数。通常  $b_i$  是确定的,  $a_{ij}$  则受自然和人为因素的影响,是随机变量,因而适用于第一种情况。若  $a_{ij}$  服从于均值为  $E(a_{ij})$ , 方差为  $\text{var}(a_{ij})$  的正态分布,则由  $a_{ij}$  的均值和方差 - 协方差矩阵二次型,结合  $\alpha_i$  的标准正态分布可将随机约束条件转化为等价的确定形式:

$$\sum_{j=1}^n E(a_{ij}) + K\alpha_i \sqrt{X'D_iX} \leq b_i$$

其中:  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ ,

$D_i$  是  $a_{ij}$  的第  $i$  个方差 - 协方差矩阵,

$$D_i = \begin{bmatrix} \text{var}(a_{i1}) & \cdots & \text{cov}(a_{i1}, a_{in}) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \text{cov}(a_{in}, a_{ij}) & \cdots & \text{var}(a_{in}) \end{bmatrix}$$

$K_{\alpha_i}$  是使  $\phi(K_{\alpha_i}) = \alpha_i$  的标准正态值。

对于正态分布是独立的情况,即  $\text{cov}(a_{ij}, a_{i'j'}) = 0$ , 则约束条件可简化为:

$$\sum_{j=i}^n E(a_{ij})x_j + K_{\alpha_i} \sqrt{\sum_{j=1}^n \text{var}(a_{ij})x_j^2} \leq b_i$$

于是,原随机约束问题转化为在确定概率  $\alpha_i$  下的等价形式。

## 2 农业非点源的概率约束模型

从非点源污染的起源和形成过程分析,各种类型非点源污染均与区域降水过程和温度、风等自然因素密切相关,各种治理措施达到的实际污染削减水平难以确定的量化描述。可以建立非点源的概率约束模型,将不确定性的约束条件转化为一定概率下的确定性条件。这里以农业非点源为例,讨论概率约束模型的建立和求解。

国内外对农业非点源的治理有很多研究,普遍认为控制农业非点源污染最有效而经济的方法是采取适当的农田管理方式,如农药化肥使用、耕作方式、湿地设计、植被缓冲带等,一般统称为最佳管理措施(Best Management Practices, BMPs)。各种方法都可以达到减少农田氮磷污染物进入水体的目的。但由于随机因素的影响,无论是一种方法还是多种方法的组合,其理论污染物排放量(或削减量)可由数学模型模拟或数据统计得出,而实际排放量(或削减量)则只能在一定的置信水平下去讨论<sup>[5]</sup>。比如一次污染高峰通常伴随一个大的降雨过程出现,与降雨强度、持续时间等因素密切相关,对生态环境造成很大危害。不同的地区,由于治理能力和经济条件的差别,对这种危害风险的允许程度是不同的,有的地区希望 98% 的概率下达标,而有的地区希望 90% 概率下达标。

本文通过建立农业非点源概率约束模型讨论如何根据不同的风险容忍度,在不同的置信水平下确定最佳的治理措施,使得满足环境标准的同时经济成本最小。设有  $n$  种 BMP 方式可供选择,则以总成本最小为目标函数的概率约束模型为:

$$\begin{cases} \text{Min} \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ P\left\{\sum_{i=1}^n e_i x_i \leq Q_0\right\} \geq \alpha \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq A \quad (2)$$

其中:  $Q_0$ ——农田非点源污染物(如磷元素或氮元

素)的限制排放量;

$x_i$ ——采用第  $i$  种 BMP 方式的土地面积,  $i = 1 \dots n$ ;

$c_i$ ——单位面积上采用第  $i$  种 BMP 方式的成本;

$e_i$ ——采用第  $i$  种 BMP 方式后单位面积污染物排放量;

$A$ ——可利用的土地总面积;

$\alpha$ ——农田污染物排放量满足限额的概率。

这里  $e_i$  是表征 BMPs 方式对农业非点源污染削减效果的参数, 是模型中的随机变量。以建设人工湿地为例, 湿地对农田中淋失的磷元素的削减量与施肥后的降雨时间、降雨强度、径流形成次数和土壤前期含水量等因素有关, 这些因素的变化带来了削减量的随机变化<sup>[6]</sup>, 体现在  $e_i$  中。 $e_i$  的均值和分布可由农业非点源污染的模拟模型结合实际观测数据统计得出。假设  $e_i$  服从均值为  $E(e_i)$ , 方差为  $\text{var}(e_i)$  的正态分布, 则约束条件(1)可转化为:

$$\sum_{i=1}^n E(e_i)x_i + K_\alpha \sqrt{X'DX} \leq Q_0 \quad (3)$$

其中:  $X$  为农业非点源治理措施的决策矩阵,  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

$D$  为  $e_i$  的方差 - 协方差矩阵,

$$D = \begin{bmatrix} \text{var}(e_1) & \dots & \text{cov}(e_1, e_n) \\ \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(e_n, e_1) & \dots & \text{var}(e_n) \end{bmatrix}$$

$K_\alpha$  是使  $\Phi(K_\alpha) = \alpha$  的标准正态值。

若  $e_i$  互相独立, 即各种治理措施的效果互相独立, 则  $\text{cov}(e_i, e_j) = 0$  ( $i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ ), 约束条件(1)可简化为:

$$\sum_{i=1}^n E(e_i)x_i + K_\alpha x_i \sqrt{\sum_{i=1}^n \text{var}(e_i)} \leq Q_0 \quad (4)$$

非点源概率约束模型可转化为等价的确定性形式:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n E(e_i)x_i + K_\alpha x_i \sqrt{\sum_{i=1}^n \text{var}(e_i)} \leq Q_0 \\ \sum_{i=1}^n x_i \leq A \end{cases} \quad (2)$$

事实上, 由于影响因素的相互作用, 各种治理措施的效果不可能完全相互独立, 当相关性不可忽略时, 将上式中的(4)式替换为(3)式也可求解。在变换后的等

价模型中, 只要得到  $e_i$  的均值和方差, 即可在确定的概率  $\alpha$  下求得满足环境标准的最小治理成本和治理措施的最佳组合。在只有一种治理措施可供选择的情况下, 应用概率约束模型也可以得到使用该措施治理达标的最低成本。

### 3 基于非点源治理不确定性的经济激励

由概率约束模型可得到在某一置信水平下非点源达到治理目标应采取的最佳措施, 但如何推动治理措施顺利实施则要考虑激励的问题。尽管我国农业非点源污染十分严重, 但长期以来, 农民对其生产造成的污染并不承担责任, 不会有积极性去主动治理污染, 需要有外部的激励。除了行政命令外, 更有效的方式是采取经济激励手段。可以用政府补贴的方式刺激农民采用 BMPs 措施减少污染, 或者鼓励点源与非点源进行排污交易。点源与非点源排污交易的基本思路是: 在区域总量控制和环境标准法规的约束下, 在区域内组织排污交易市场, 点源可根据成本效益的比较, 选择主动治理还是与非点源进行排污交易, 而参加排污交易的非点源(农业生产者)则通过实施 BMPs 措施对土地利用方式、农药化肥使用等进行优化和改进, 以相对较小的成本减少相应污染量的排放<sup>[7]</sup>。不管用什么方法, 思路都是在总量控制的前提下, 以经济激励的方式刺激农业生产者减少污染排放。在总量控制下, 限定非点源污染排放量为  $Q_0$ , 当排放量小于  $Q_0$  时, 多治理的部分可得到补偿(或在排污市场上进行交易), 而当排放量大于  $Q_0$  时, 超标的部分要缴纳相应的罚款, 设补偿或罚款的额度为:

$$T(Q) = \begin{cases} t_1(Q_0 - Q) & Q \leq Q_0 \\ t_2(Q_0 - Q) & Q > Q_0 \end{cases}, \quad t_1, t_2 > 0$$

其中  $t_1, t_2$  为参数, 它们的大小是决定经济激励是否有效, 农业非点源的排放是否满足要求的重要因素。 $t_1$  和  $t_2$  的确定可从农业生产者的角度进行分析<sup>[8]</sup>。

设非点源采用最佳管理措施后污染排放量达到  $Q_0$  的概率为  $\alpha$ , 即  $P\{Q \leq Q_0\} = \alpha$ , 则该非点源面临的排污收益(或成本)为:

$$T(Q) = \alpha \cdot t_1(Q_0 - Q) + (1 - \alpha) \cdot t_2(Q_0 - Q)$$

设农产品产量为  $y$ , 市场价格为  $p$ , 治理后理论削减量为  $q$ , 生产和污染治理总成本为  $C(y, q)$ , 实际污染排放量为  $Q$ , 在概率  $\alpha$  下  $Q = Q_\alpha(q)$ , 且  $\partial C / \partial q > 0$ ,  $\partial Q / \partial q < 0$ 。则在给定的产品价格和其它外部因素下农业生产者的利润为:

$$f = py - C(y, q) + T(Q)$$

假定农民是理性的,生产按照利润最大化进行。给定  $\alpha$ 、 $t_1$  和  $t_2$ , 则由以下一阶条件可得最优产量  $y^*$  和削减量  $q^*$

$$\begin{cases} p - \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \\ -\frac{\partial C}{\partial q} - \alpha t_1 \frac{\partial Q_\alpha}{\partial q} + \alpha t_2 \frac{\partial Q_\alpha}{\partial q} = 0 \end{cases}$$

由上式还可得到  $t_2 - t_1 = \frac{\partial C / \partial q}{\alpha \cdot \partial Q_\alpha / \partial q}$ , 若给定在置信水平  $\alpha$  下达到  $Q_0$  所需的理论削减量  $q_0$ , 则当政策设定中对污染排放的奖励或罚款乘数  $t_1$ ,  $t_2$  满足  $t_2 - t_1 = \frac{\partial C / \partial q_0}{\alpha \cdot \partial Q_\alpha / \partial q_0}$  时, 可预期农业生产者会选择削减量为  $q_0$  的 BMPs 方式, 使总利润达到最大。

## 4 结论

由于非点源污染的随机性等特点, 在非点源的治理中难以对某种治理方式可能达到的污染削减水平进行确定的量化描述, 给治理方法的选择和治理成本的确定带来困难。通过建立非点源概率约束模型, 可以将不确定性的约束条件转化为一定置信水平下的确定性条件, 从而得到在确定概率下非点源的最佳治理方式和最小治理成本。在此基础上, 可以实行点源与非点源的排污交易等经济激励政策, 刺激非点源削减污染。

将非点源纳入总量控制体系, 就要确定总量目标下非点源的排放标准, 这也是对非点源治理的经济激励的基础。非点源的管理涉及农业、经济和社会等多方面, 本文仅从经济角度对非点源的激励进行了分析, 假设农业生产者是理性的, 生产按利润最大化的原则进行。另外, 治理措施和成本在长期内会影响农产品价格, 价格的变动对结果也会造成影响。

## 参考文献:

- [1] 陈利顶, 傅伯杰. 农田生态系统管理与非点源污染控制[J]. 环境科学, 2000, 21(2): 98-100.
- [2] 何萍, 王家骥. 非点源(NPS)污染控制与管理研究的现状, 困境与挑战[J]. 农业环境保护, 1999, 18(5): 234-237.
- [3] Taha H A 著. 吴立煦, 朱幼文译. 运筹学[M]. 上海: 上海人民出版社, 1985.
- [4] Charnes A, Cooper W W. Deterministic Equations for Optimizing and Satisficing under Chance Constraints[J]. Oper Res, 1964, 11: 18-39.
- [5] Milon J W. Optimizing Nonpoint Source Controls in Water Quality Regulation[J]. Water Resources Bulletin, 1987, 23(3): 387-395.
- [6] Olof Bystrom, Hans Andersson, Ing-Marie Gren. Economic Criteria for Using Wetlands as Nitrogen Sinks under Uncertainty[J]. Ecological Economics, 2000, 35: 35-45.
- [7] 张巍, 王学军, 李莹. 在总量控制体系下实施点源与非点源排污交易的理论研究[J]. 环境科学学报(待发表).
- [8] Kathleen S. Uncertainty and Incentives for Nonpoint Pollution Control [J]. Journal of Environmental Economics and Management, 1988, 15: 87-98.

# 《农业环境与发展》2003 年征订启事

《农业环境与发展》是由中国农业生态环境保护协会、农业部环境保护科研监测所和全国农业环境保护科技信息网联合主办的国家级综合指导类科技期刊。该刊积极宣传我国农业生态环境保护有关政策, 及时报道生态农业建设与无公害农产品生产的发展, 在农业生态环境保护工作中发挥宣传指导作用。该刊主要刊登我国农业生态环境保护的方针政策、管理经验, 监测与评价方法, 生态农业建设理论与实践以及无公害农产品生产技术, 农业环境信息、动态等。同时, 《农业环境与发展》将在重要版面上宣传各地农业环境保护成就并承办各类相关广告业务。

《农业环境与发展》为双月刊, 48 页, 大 16 开, 逢双月 25 日出版, 刊号 ISSN 1005-4944, CN12-1233/S, 全国发行, 各地邮电局(所)均可订阅, 邮发代号 6-40, 每本定价 6.00 元, 全年 36.00 元。有漏订者可直接与编辑部联系订阅。本刊现有 1999—2000 年度合订本, 定价 60.00 元/册(含邮资), 2001 年合订本每册 50 元(含邮资)。需订购者请直接从邮局汇款至编辑部订阅(务请在汇款单上注明订户详细地址及需订内容)。

编辑部地址: 天津市南开区复康路 31 号 邮政编码: 300191 电 话: 022-23674336

传 真: 022-23367139 E-mail: caed@public.tpt.tj.cn